

**Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

Licenciatura, 1º Ciclo

Plano: Despacho n.º 7795/2021 - 09/08/2021

**Ficha da Unidade Curricular: Álgebra Linear**

ECTS: 6; Horas - Totais: 162.0, Contacto e Tipologia, TP:56.0;

Ano | Semestre: 1 | S1

Tipo: Obrigatória; Interação: Presencial; Código: 911242

Área Científica: Matemática

**Docente Responsável**

Carlos Filipe Perquilhas Baptista

Assistente 2º Triénio

**Docente(s)**

Carlos Filipe Perquilhas Baptista

Assistente 2º Triénio

**Objetivos de Aprendizagem**

1. Aquisição de conhecimentos no domínio da Álgebra Linear e da Geometria Analítica.
2. Dotar os alunos de diversas ferramentas algébricas necessárias à modelação e à resolução de problemas relacionados com as engenharias.
3. Desenvolvimento da capacidade de raciocínio lógico, analítico e crítico.

**Objetivos de Aprendizagem (detalhado)**

1. a) operar com números complexos;  
b) operar com matrizes;
- c) discutir e resolver sistemas de equações lineares, utilizando os diversos métodos estudados;
- d) calcular determinantes, estudar as suas propriedades e utilizá-los em diversas aplicações;
- e) definir e determinar valores e vetores próprios de matrizes e discutir diagonalização de matrizes;
- f) compreender a noção de (sub)espaço vetorial e utilizar técnicas vetoriais na resolução de problemas;
- g) definir produtos interno, externo e misto em espaços vetoriais, assim como estudar as suas

propriedades e aplicações;

h) definir e identificar, geométrica e analiticamente, retas e planos;

2. utilizar técnicas matriciais e vetoriais em problemas no âmbito do curso em questão;

3. desenvolver o raciocínio matemático, lógico, analítico e crítico que permita a criação de autonomia na aprendizagem para a resolução de problemas.

### **Conteúdos Programáticos**

I. Números complexos;

II. Matrizes e sistemas de equações lineares;

III. Determinantes e sua aplicação à resolução de sistemas de equações lineares e à inversão de uma matriz quadrada;

IV. Espaços vetoriais reais;

V. Valores e vetores próprios. Aplicação à diagonalização de matrizes;

VI. Noções de geometria analítica.

### **Conteúdos Programáticos (detalhado)**

#### **I. NÚMEROS COMPLEXOS**

1.1. Formas algébrica e trigonométrica;

1.2. Potências e raízes;

1.3. Fórmulas de De Moivre.

#### **II. MATRIZES E SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES**

2.1. Noções gerais. Alguns tipos particulares de matrizes;

2.2. Operações com matrizes e propriedades;

2.3. Operações elementares. Característica de uma matriz;

2.4. Sistemas de equações lineares:

2.4.1. Representação matricial de um sistema de equações lineares;

2.4.2. Classificação e discussão de um sistema de equações lineares por recurso ao teorema de Rouché;

2.4.3. Resolução de sistemas de equações lineares por recurso ao método de eliminação de Gauss-Jordan;

2.5. Inversão de matrizes:

2.5.1. Matrizes singulares e não-singulares;

2.5.2. Inversão de uma matriz não-singular por recurso ao método de Gauss-Jordan;

2.6. Decomposição  $P^T LU$ :

2.6.1. Matrizes elementares e matrizes de permutação;

2.6.2. Decomposição  $P^T LU$  de uma matriz;

2.6.3. Resolução de sistemas de equações lineares usando a decomposição  $P^T LU$  da matriz dos coeficientes do sistema.

#### **III. DETERMINANTES E SUA APLICAÇÃO À RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES E À INVERSÃO DE UMA MATRIZ QUADRADA**

3.1. Definição. Regra dos produtos cruzados para o cálculo de determinantes de 2ª ordem;

3.2. Teorema de Laplace;

3.2.1. Menor complementar e complemento algébrico de um elemento de uma matriz quadrada;

- 3.2.2. Cálculo do determinante de uma matriz quadrada por recurso ao teorema de Laplace;
- 3.3. Algumas propriedades dos determinantes;
- 3.4. Cálculo da inversa de uma matriz não-singular a partir da sua matriz adjunta;
- 3.5. Aplicação dos determinantes aos sistemas de equações lineares. Regra de Cramer.

#### IV. ESPAÇOS VETORIAIS REAIS

- 4.1. Introdução. Definição e exemplos de espaços vetoriais;
- 4.2. Subespaços vetoriais;
- 4.3. Combinações lineares de vetores;
- 4.4. Subespaço gerado por um conjunto de vetores;
- 4.5. Dependência e independência linear de vetores;
- 4.6. Bases e dimensão de um espaço vetorial;
- 4.7. Espaço-linha e espaço-coluna de uma matriz.

#### V. VALORES E VETORES PRÓPRIOS. APLICAÇÃO À DIAGONALIZAÇÃO DE MATRIZES

- 5.1. Valores e vetores próprios de matrizes quadradas: definições, polinómio característico e multiplicidade algébrica de um valor próprio;
- 5.2. Subespaço próprio associado a um valor próprio e multiplicidade geométrica de um valor próprio;
- 5.3. Cálculo de valores e vetores próprios;
- 5.4. Propriedades dos valores próprios;
- 5.5. Matrizes diagonalizáveis e diagonalização de uma matriz.

#### VI. NOÇÕES DE GEOMETRIA ANALÍTICA

- 6.1. Produto interno de vetores: definição e propriedades;
- 6.2. Produto externo e produto misto: definição, propriedades, aplicações ao cálculo da área de um paralelogramo e ao volume de um paralelepípedo;
- 6.3. Representação analítica da reta;
- 6.4. Representação analítica do plano.

#### **Metodologias de avaliação**

Avaliação contínua: realização de duas provas escritas sem consulta, cada uma classificada de 0 a 10 valores. A classificação final (arredondada às unidades) será a soma das avaliações das duas provas escritas (notas não arredondadas). O aluno é dispensado de exame se obtiver uma classificação final superior ou igual a 10 valores e se obtiver pelo menos 3 valores em cada uma das duas provas escritas.

Avaliação por exame: realização de uma prova escrita sem consulta, classificada de 0 a 20 valores, sobre toda a matéria lecionada ao longo do semestre. O aluno é aprovado se, nesta prova, obtiver uma classificação superior ou igual a 10 valores.

#### **Software utilizado em aula**

Não aplicável.

#### **Estágio**

Não aplicável.

### **Bibliografia recomendada**

- Fernandes, V. e Giraldes, E. e Smith, P. (1997). *Curso de Álgebra Linear e Geometria Analítica*. (pp. 1-376). McGraw-Hill. Lisboa
- Ferreira, M. e Amaral, I. (2008). *Álgebra Linear: Matrizes e Determinantes*. (Vol. 1º). (pp. 1-240). Edições Sílabo. Portugal
- Ferreira, M. e Amaral, I. (2009). *Álgebra Linear: Espaços Vetoriais e Geometria Analítica*. (Vol. 2º). (pp. 1-160). Edições Sílabo. Portugal
- Leon, S. (2010). *Linear Algebra with Applications*. (pp. 1-552). Pearson. USA

### **Coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos**

Os objetivos referidos no ponto 1 são concretizados do seguinte modo: nos capítulos I, II, III e V fornecem-se conhecimentos básicos de números complexos, de teoria de matrizes e de determinantes com vista à sua aplicação na resolução de sistemas de equações lineares, assim como conhecimentos sobre valores e vetores próprios. No capítulo IV desenvolve-se a teoria de espaços vetoriais, indispensável ao estudo das aplicações geométricas em  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$  que constam no capítulo VI. Os objetivos referidos nos pontos 2 e 3 são concretizados ao longo de todos os capítulos dos conteúdos programáticos com a ilustração de exemplos de aplicação às engenharias.

### **Metodologias de ensino**

Aulas teórico-práticas, em que se expõem e exemplificam as matérias respeitantes a cada um dos conteúdos programáticos.

### **Coerência das metodologias de ensino com os objetivos**

Os métodos de ensino serão simultaneamente expositivos e exemplificativos, fazendo prevalecer uma forte interação entre os conceitos e as suas aplicações. As aulas (todas elas teórico-práticas) são destinadas predominantemente à resolução de exercícios sob orientação do professor. A transformação dos conceitos em ferramentas de trabalho será atingida pelo incentivo ao trabalho pessoal. O ensino da unidade curricular é complementado pelos períodos de atendimento aos alunos.

### **Língua de ensino**

Português

### **Pré-requisitos**

Não aplicável.

### **Programas Opcionais recomendados**

Não aplicável.

### **Observações**

Para uma correta aprendizagem da unidade curricular, recomenda-se conhecimentos básicos de cálculo algébrico.

Objetivos de Desenvolvimento Sustentável:

4 - Garantir o acesso à educação inclusiva, de qualidade e equitativa, e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos;

---

**Docente responsável**

---