

**Engenharia Civil**

Licenciatura, 1º Ciclo

Plano: Despacho nº 10366/2022 - 24/08/2022 (Parceria ESTT/ESAI)

**Ficha da Unidade Curricular: Álgebra**

ECTS: 6; Horas - Totais: 162.0, Contacto e Tipologia, TP:56.0;

Ano | Semestre: 1 | A

Tipo: Obrigatória; Interação: Presencial; Código: 908941

Área Científica: Matemática

**Docente Responsável**

João Manuel Mourão Patrício

Professor Adjunto

**Docente(s)**

João Manuel Mourão Patrício

Professor Adjunto

**Objetivos de Aprendizagem**

1. Aquisição de conhecimentos no domínio da Álgebra Linear e da Geometria Analítica.
2. Dotar os alunos de diversas ferramentas algébricas necessárias à modelação e à resolução de problemas relacionados com as engenharias.
3. Desenvolvimento da capacidade de raciocínio lógico, analítico e crítico.

**Objetivos de Aprendizagem (detalhado)**

- 1.a) operar com matrizes;
- b) discutir e resolver sistemas de equações lineares, utilizando os diversos métodos estudados;
- c) calcular determinantes, estudar as suas propriedades e utilizá-los em diversas aplicações;
- d) definir e determinar valores e vetores próprios de matrizes e discutir diagonalização de matrizes;
- e) compreender a noção de (sub)espaço vetorial e utilizar técnicas vetoriais na resolução de problemas;
- f) definir produtos interno, externo e misto em espaços vetoriais, assim como estudar as suas propriedades e aplicações;

- g) definir e identificar, geométrica e analiticamente, retas e planos;
2. utilizar técnicas matriciais e vetoriais em problemas no âmbito do curso em questão;
3. desenvolver o raciocínio matemático, lógico, analítico e crítico que permita a criação de autonomia na aprendizagem para a resolução de problemas.

### **Conteúdos Programáticos**

- I. Matrizes e sistemas de equações lineares;
- II. Determinantes e sua aplicação à resolução de sistemas de equações lineares e à inversão de uma matriz quadrada;
- III. Espaços vetoriais reais;
- IV. Valores e vetores próprios. Aplicação à diagonalização de matrizes;
- V. Noções de geometria analítica.

### **Conteúdos Programáticos (detalhado)**

#### **I. MATRIZES E SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES**

- 1.1. Noções gerais. Alguns tipos particulares de matrizes;
- 1.2. Operações com matrizes e propriedades;
- 1.3. Operações elementares. Característica de uma matriz;
- 1.4. Sistemas de equações lineares:
  - 1.4.1. Representação matricial de um sistema de equações lineares;
  - 1.4.2. Classificação e discussão de um sistema de equações lineares por recurso ao teorema de Rouché;
  - 1.4.3. Resolução de sistemas de equações lineares por recurso ao método de eliminação de Gauss-Jordan;
- 1.5. Inversão de matrizes:
  - 1.5.1. Matrizes singulares e não-singulares;
  - 1.5.2. Inversão de uma matriz não-singular por recurso ao método de Gauss-Jordan;
- 1.6. Decomposição  $P^T LU$ :
  - 1.6.1. Matrizes elementares e matrizes de permutação;
  - 1.6.2. Decomposição  $P^T LU$  de uma matriz;
  - 1.6.3. Resolução de sistemas de equações lineares usando a decomposição  $P^T LU$  da matriz dos coeficientes do sistema.

#### **II. DETERMINANTES E SUA APLICAÇÃO À RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES E À INVERSÃO DE UMA MATRIZ QUADRADA**

- 2.1. Definição. Regra dos produtos cruzados para o cálculo de determinantes de 2ª ordem;
- 2.2. Teorema de Laplace;
  - 2.2.1. Menor complementar e complemento algébrico de um elemento de uma matriz quadrada;
  - 2.2.2. Cálculo do determinante de uma matriz quadrada por recurso ao teorema de Laplace;
- 2.3. Algumas propriedades dos determinantes;
- 2.4. Cálculo da inversa de uma matriz não-singular a partir da sua matriz adjunta;
- 2.5. Aplicação dos determinantes aos sistemas de equações lineares. Regra de Cramer.

#### **III. ESPAÇOS VETORIAIS REAIS**

- 3.1. Introdução. Definição e exemplos de espaços vetoriais;
- 3.2. Subespaços vetoriais;
- 3.3. Combinações lineares de vetores;
- 3.4. Subespaço gerado por um conjunto de vetores;
- 3.5. Dependência e independência linear de vetores;
- 3.6. Bases e dimensão de um espaço vetorial;
- 3.7. Espaço-linha e espaço-coluna de uma matriz.

#### IV. VALORES E VETORES PRÓPRIOS. APLICAÇÃO À DIAGONALIZAÇÃO DE MATRIZES

- 4.1. Valores e vetores próprios de matrizes quadradas: definições, polinómio característico e multiplicidade algébrica de um valor próprio;
- 4.2. Subespaço próprio associado a um valor próprio e multiplicidade geométrica de um valor próprio;
- 4.3. Cálculo de valores e vetores próprios;
- 4.4. Propriedades dos valores próprios;
- 4.5. Matrizes diagonalizáveis e diagonalização de uma matriz.

#### V. NOÇÕES DE GEOMETRIA ANALÍTICA

- 5.1. Produto interno de vetores: definição e propriedades;
- 5.2. Produto externo e produto misto: definição, propriedades, aplicações ao cálculo da área de um paralelogramo e ao volume de um paralelepípedo;
- 5.3. Representação analítica da reta;
- 5.4. Representação analítica do plano.
- 5.5. Posições relativas de retas e planos.
- 5.6. Distâncias entre retas e planos.

#### **Metodologias de avaliação**

Avaliação contínua: realização de duas provas escritas sem consulta, cada uma classificada de 0 a 10 valores. A classificação final (arredondada às unidades) será a soma das avaliações das duas provas escritas (notas não arredondadas). O aluno é dispensado de exame se obtiver uma classificação final superior ou igual a 10 valores e se obtiver pelo menos 3 valores em cada uma das duas provas escritas.

Avaliação por exame: realização de uma prova escrita sem consulta, classificada de 0 a 20 valores, sobre toda a matéria lecionada ao longo do semestre. O aluno é aprovado se, nesta prova, obtiver uma classificação superior ou igual a 10 valores.

#### **Software utilizado em aula**

Não aplicável.

#### **Estágio**

Não aplicável.

#### **Bibliografia recomendada**

- Magalhães, L. (1992). *Álgebra Linear como Introdução à Matemática Aplicada*. Texto Editora. Lisboa
- Strang, G. (2013). *Introdução à Álgebra Linear*. 4.ª, LTC. Rio de Janeiro
- Lay, D. e Lay, S. e MacDonald, J. (2016). *Linear Algebra and Its Applications*. Pearson. USA
- Lipschutz, S. (1994). *Álgebra Linear*. Schaum's Outline Series. McGraw-Hill. Lisboa

### **Coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos**

Os objetivos referidos no ponto 1 são concretizados do seguinte modo: nos capítulos II, III, IV e VI fornecem-se conhecimentos básicos de teoria de matrizes e de determinantes com vista à sua aplicação na resolução de sistemas de equações lineares, assim como conhecimentos sobre valores e vetores próprios. No capítulo III desenvolve-se a teoria de espaços vectoriais, indispensável ao estudo das aplicações geométricas em  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$  que constam no capítulo V. Os objetivos referidos nos pontos 1 e 2 são concretizados ao longo de todos os capítulos dos conteúdos programáticos com a ilustração de exemplos de aplicação às engenharias.

### **Metodologias de ensino**

Aulas teórico-práticas, em que se expõem e exemplificam as matérias respeitantes a cada um dos conteúdos programáticos.

### **Coerência das metodologias de ensino com os objetivos**

Os métodos de ensino serão simultaneamente expositivos e exemplificativos, fazendo prevalecer uma forte interação entre os conceitos e as suas aplicações. As aulas (todas elas teórico-práticas) são destinadas predominantemente à resolução de exercícios sob orientação do professor. A transformação dos conceitos em ferramentas de trabalho será atingida pelo incentivo ao trabalho pessoal. O ensino da unidade curricular é complementado pelos períodos de atendimento aos alunos.

### **Língua de ensino**

Português

### **Pré-requisitos**

Não aplicável.

### **Programas Opcionais recomendados**

Não aplicável.

### **Observações**

Para uma correta aprendizagem da unidade curricular, recomenda-se conhecimentos básicos de

cálculo algébrico.

Objetivos de Desenvolvimento Sustentável:

- 4 - Garantir o acesso à educação inclusiva, de qualidade e equitativa, e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos;
  - 17 - Reforçar os meios de implementação e revitalizar a parceria global para o desenvolvimento sustentável;
- 

**Docente responsável**

---